25/2/19

Άσκηση 9

x_1: αριθμός κλινών που διατίθενται σε παθολογικά περιστατικά
x_2: » » » χειρουργικά »

45,625 8 ημέρα → Τόσες φορές μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα κρεβάτι

$\max 2280(45{,}625\cdot x_1) + (73\, x_2)1515$ → αντικειμενική συνάρτηση

↓ Το κέρδος στο παθολ. περιστατικά

↓ Το κέρδος στο τα χειρουργικά

$x_1 + x_2 \le 90$ → 1ος περιορισμός (έχει να κάνει με τις διαθέσιμες κλίνες)

$3{,}1(45{,}625\, x_1) + 2{,}6(73\cdot x_2) \le 1500$ → 2ος περιορισμός εξετάσεων

$1\cdot(45{,}625\, x_1) + 2(73 x_2) \le 7000$ → περιορισμός ακτινολογικού

$73x_2 \le 2300$ → δυνατότητα χειρουργών

$x_1, x_2 \ge 0$

Άσκηση 10

Θέλουμε να περιγράψουμε το μοντέλο με το οποίο πρέπει να έχουμε το μεγαλύτερο ετήσιο εισόδημα.

x_{ij}: Τα στρέμματα που καλλιεργούνται με το είδος i στο κομμάτι j

$\max (x_{\sigma 1} + x_{\sigma 2} + x_{\sigma 3})\cdot 600 + 450(x_{\kappa 1} + x_{\kappa 2} + x_{\kappa 3}) + 300(x_{\psi 1} + x_{\psi 2} + x_{\psi 3})$

$0{,}6\cdot 500 \le x_{\sigma 1} + x_{\kappa 1} + x_{\psi 1} \le 500$ εκφράζει τα στρέμ. που δόθηκαν στην 1η οικογέν

$0{,}6\cdot 300 \le x_{\sigma 2} + x_{\kappa 2} + x_{\psi 2} \le 300$

$0{,}6\cdot 700 \le x_{\sigma 3} + x_{\kappa 3} + x_{\psi 3} \le 700$

$x_{e_1} + x_{e_2} + x_{e_3} \le 400$
$x_{k_1} + x_{k_2} + x_{k_3} \le 700$
$x_{\psi_1} + x_{\psi_2} + x_{\psi_3} \le 1000$

$$\frac{x_{e_1} + x_{k_1} + x_{\psi_1}}{500} = \frac{x_{e_2} + x_{k_2} + x_{\psi_2}}{800} = \frac{x_{e_3} + x_{k_3} + x_{\psi_3}}{700}$$

↳ το ποσοστό καλλιέργειας του 1ου κομματιού

$x_{ij} \ge 0$

Άσκηση 11

X ο αριθμός των μόνιμων υπαλλήλων
y_i ο αριθμός των υπαλλήλων που προσέρχονται για εργασία στις 09:00, 10:00, 11:00, 12:00, 13:00

Το ημερήσιο κόστος είναι: $\min\{x \cdot 50 + 16(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5)\}$

Περιορισμοί: $x \le 12$

$x + y_1 \ge 10$ → γιατί στις 10:00 πρέπει να έχουμε τουλ 10 ταμεία ανοικτά

αυτοί που προσήλθαν στις 09:00

$x + y_1 + y_2 \ge 12$

$\frac{x}{2} + y_1 + y_2 + y_3 \ge 14$

$\frac{x}{2} + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \ge 16$

$x + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 \ge 18$

$x + y_3 + y_4 + y_5 \ge 17$

$x + y_4 + y_5 \ge 15$

$x + y_5 \ge 10$

$4(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5) \le 0{,}5(10 + 12 + \dots + 10)$
$x, y_i \ge 0$

Άσκηση 12

A_i : οι ώρες για την εκτέλεση της εργασίας A που γίνονται στο εργαστήριο i
B_i : οι ώρες » » » B » » i
Γ_i : οι ώρες » » » Γ » » i
Δ_i » » » » Δ » » i

Αντικειμενική συνάρτηση:

$$\min 39(A_1+B_1+\Gamma_1+\Delta_1) + 31(A_2+B_2+\Gamma_2+\Delta_2) + 34(A_3+B_3+\Gamma_3+\Delta_3)$$

Περιορισμοί

$$A_1+B_1+\Gamma_1+\Delta_1 \leq 160$$
$$A_2+B_2+\Gamma_2+\Delta_2 \leq 160$$
$$A_3+B_3+\Gamma_3+\Delta_3 \leq 160$$

$$\frac{A_1}{32}+\frac{A_2}{39}+\frac{A_3}{46}=1$$

$$\frac{B_1}{151}+\frac{B_2}{147}+\frac{B_3}{155}=1$$

$$\frac{\Gamma_1}{72}+\frac{\Gamma_2}{61}+\frac{\Gamma_3}{57}=1$$

$$\frac{\Delta_1}{113}+\frac{\Delta_2}{126}+\frac{\Delta_3}{121}=1$$

$$A_i, B_i, \Gamma_i, \Delta_i \geq 0$$

Άσκηση 13

x_{ij} το πλήθος των μαθητών που θα μεταφερθούν από το i τομέα της πόλης στο j "σχολείο"

$\min\ 8x_{11} + 11x_{12} + \dots + 12x_{53}$

$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 700$

$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 300$

$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 900$

$x_{41} + x_{42} + x_{43} = 600$

$x_{51} + x_{52} + x_{53} = 500$

$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} \leq 1200$ οι μαθητές που μπορεί να πάρει το 1ο σχολείο

$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} \leq 1200$ 2ο

$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} \leq 1200$ 3ο

Άσκηση 14

Θέλουμε να παράγουμε το μέγιστο όλο μας ενδιαφέρει να παράγουμε μεγαλύτερο από το τελικό προϊόν

y τεμάχια του τελικού προϊόντος

x_A κομμάτια τύπου A

x_B κομμάτια τύπου B

x_C κομμάτια τύπου C

$\max y$ για το πρώτο μηχάνημα: $10x_A + 8x_B + 6x_C \leq 2 \cdot 8 \cdot 60$ (χρόνος τόρνου)

$y = x_A$ $\quad 9x_A + 21x_B + 15x_C \leq 3 \cdot 8 \cdot 60$ (χρόνος τρυπάνι)

$y = x_B$

$y = x_C$

$$\left| \frac{10x_A + 3x_B + 6x_C}{2} - \frac{9x_A + 21x_B + 15x_C}{3} \right| \leq 60$$

μέσος ημερ χρόνος λειτουργίας του τόρνου

μέσος ημ. χρόνος λειτουργ της πρέσας

$y, x_i \geq 0$

Άσκηση 15

X_i ο αριθμός σερβιτόρων που ξεκινούν την 5ήμερη εργασία τους την i-ημέρα

$\min x_1 + \dots + x_7$

$x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 16$

αυτοί που ξεκινούν το Σάββατο

$x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 11$ (για τη Κυριακή)

⋮

Τέτοιου τύπου είναι το 1° θέμα, απλώς ένα πρόβλημα στο οποίο πρέπει να κάνετε μοντελοποίηση

Μέχρι τώρα είχατε ένα πρόβλημα με μια αντικειμενική συνάρτηση που ήταν γραμμική, κάτω από κάποιους περιορισμούς:

$\max / \min \quad c_1x_1 + \dots + c_nx_n$

$a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n \leq \geq = b_1$

⋮

$a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n \leq \geq = b_m$

$x_i \geq 0$

↳ αυτό σημαίνει ότι είμαστε στο 1° τεταρτημόριο

Θα το Δούμε για $n=2$

Όλες οι λύσεις που ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς και να φτιάχνουν μια εφικτή περιοχή

Λύνοντας τις 2 εξισώσεις (τους περιορισμούς) βρίσκω την τομή των 2 ευθειών

Άσκηση 1 (Φυλλάδιο 2)

$\max z = 1500x_1 + 200x_2$

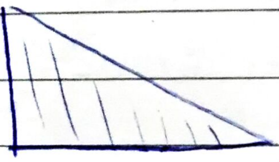
$x_1 + x_2 \leq 550$

$x_1 + 3x_2 \leq 1000$

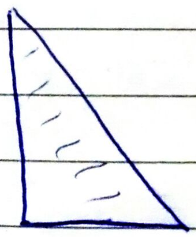
$2x_1 + 5x_2 \leq 2000$

$x_1 \leq 400$

$x_1 + x_2 \geq 0$

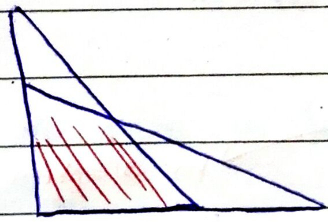


$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 550 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$



$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 1000 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$

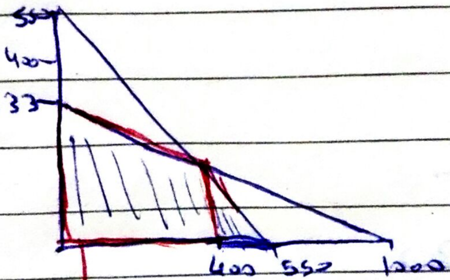
Και τα 2 μαζί συναληθεύουν



$2x_1 + 5x_2 \leq 200$

πλεονάζοντας περιορισμός

δεν επηρεάζει την περιοχή



στο τέλος παίρνουμε αυτό

$x_1 + x_2 = 550$
$x_1 + 3x_2 = 1000$ } Δεσμευτικοί περιορισμοί (είναι αυτοί που είναι ανισότητες και στην άριστη λύση γίνονται ισότητες) Οι υπόλοιποι λέγονται χαλαροί

$x_1 = 325$
$x_2 = 225$

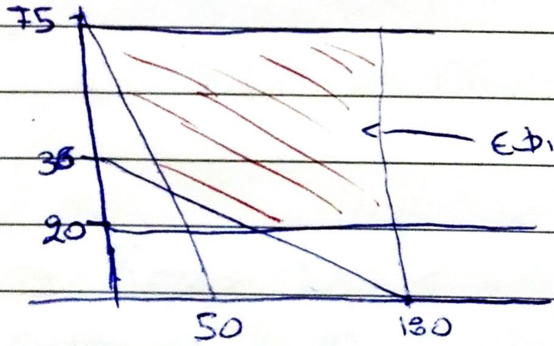
Άσκηση 2

Είναι ο αριθμός των μηνυμάτων που θέλουμε να προβάλλουμε στην πρωινή και στην βραδινή ζώνη και θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε το κόστος.

x_1: μηνύματα στην πρωινή
x_2: μηνύματα στην βραδινή

$\min z = 1,5x_1 + 2,5x_2$

$0,3x_1 + 0,2x_2 \geq 1.5$ → απαίτηση σε τηλεθέαση σε γυναίκες
$0,05x_1 + 0,25x_2 \geq 9$ → » » άντρες
$x_2 \geq 20$
$x_1, x_2 \geq 0$



Εφικτή Περιοχή

→ Μη φραγμένη (το προβλ. έχει λύση)
Μπορεί η λύση του προβλ. να πηγαίνει στο ∞

$1,5x_1 + 2,5x_2 = 150$
$0,3x_1 + 0,2x_2 = 15$
$0,05x_1 + 0,25x_2 = 9$

$x_1 = 30, \ x_2 = 30$

Άσκηση 3

$\max z = 25x_1 + 20x_2$

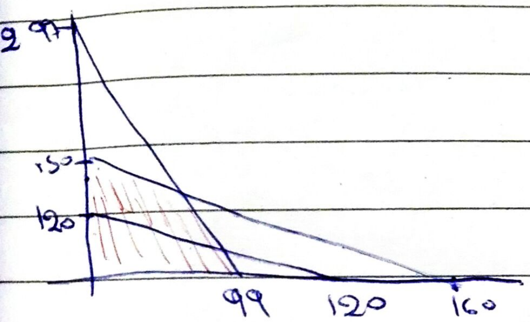
$3x_1 + x_2 \leq 297$

$5x_1 + 4x_2 \leq 600$

$6x_1 + 3x_2 \leq 960$

$x_1, x_2 \geq 0$

Αυτές οι 2 έχουν ίδια κλίση (άρα υπάρχουν άπειρες λύσεις)



2

$25x_1 + 20x_2 = 1000$ αυθαίρετο

Μας δίνει τις λύσεις (84,45) (60,75)
Άρα έχει άπειρες λύσεις

Όταν το πρόβλημα έχει δύο λύσεις (περισσότερες από μία) σημαίνει ότι έχει άπειρες λύσεις

Θα μπορούσε μια περίπτωση να είναι να μην έχει λύση, τότε αυτό σημαίνει ότι δεν έχω περιορισμούς

Άσκηση 4

$\max z = 3x_1 + 5x_2$

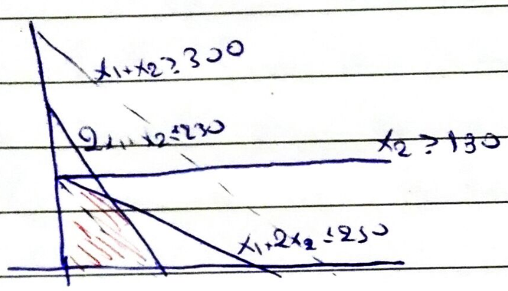
$2x_1 + x_2 \leq 230$

$x_1 + 2x_2 \leq 250$

$x_2 \leq 120$

$x_1 + x_2 \leq 300$

$x_1, x_2 \geq 0$



Άσκηση 5

x_1: αριθμός φορτηγών

x_2: αριθμός επιβατικών

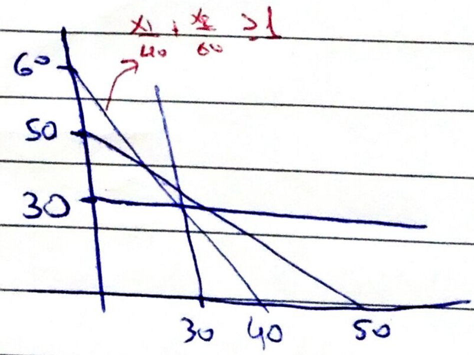
$\max 3x_1 + 2x_2$

$\frac{x_1}{50} + \frac{x_2}{50} \leq 1$

$\frac{x_1}{40} + \frac{x_2}{60} \leq 1$

1 ημέρα : 50

x_1



$x_1 \geq 30$

$x_2 \geq 20$

Φυλλάδιο 2

1 Μια από τις εταιρείες γάλακτος στην προσπάθειά της να διεισδύσει στην αγορά του παγωτού πολυτελείας επενδύει σε μια μικρή πιλοτική γραμμή παραγωγής δύο προϊόντων της κατηγορίας αυτής. Αν και είναι φανερό ότι η παραγωγική διαδικασία είναι αρκετά πολύπλοκη, θα θεωρήσουμε εδώ ότι για την παραγωγή αυτών των προϊόντων η εταιρεία δεσμεύει ανά εβδομάδα ένα μικρό μέρος των παραγωγικών της συντελεστών: γάλα (βασική πρώτη ύλη), εργασία (παραλαβή πρώτων υλών, ποιοτικός έλεγχος, συσκευασία, διανομή, κτλ.), καθώς επίσης και διαθεσιμότητα στη μονάδα παστερίωσης και ψύξης. Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται τα δεδομένα του προβλήματος που έχουν προσδιοριστεί κι αφορούν την παραγωγή ενός τεμαχίου του κάθε προϊόντος:

	Προιόν Α	Προιόν Β	Διαθεσιμότητα
Γάλα	1	1	550
Εργασια	1	3	1000
Επεξεργασία	2	5	2000
Μεγιστη ζήτηση	400	Απεριόριστη	
Κέρδος/τεμάχιο	150 χ.μ.	200 χ.μ	

Ποιο είναι το εβδομαδιαίο πρόγραμμα παραγωγής που θα μεγιστοποιήσει το συνολικό κέρδος.

2 Μια κατασκευαστική εταιρεία προγραμματίζει μια διαφημιστική εκστρατεία για να προωθήσει τις πωλήσεις των εξοχικών της. Η προβολή θα γίνει από την τηλεόραση, αγοράζοντας διαφημιστικό χρόνο για τη μετάδοση ενός συγκεκριμένου μηνύματος σε δύο διαφημιστικές ζώνες: την πρωινή και τη βραδινή. Το κόστος προβολής του μηνύματος στην πρωινή ζώνη ανέρχεται σε 1.5 χ.μ. ενώ στη βραδινή σε 2.5. Έχει υπολογιστεί ότι ένα μήνυμα που προβάλλεται το πρωί το βλέπουν (κατά μέσο όρο) 300000 γυναίκες και μόνον 50000 άντρες, ενώ ένα μήνυμα που προβάλλεται στη βραδινή ζώνη το παρακολουθούν κατά μέσο όρο 200000 γυναίκες και 250000 άντρες. Η κατασκευαστική εταιρεία (για το διάστημα που συμφώνησε να γίνεται η διαφημιστική καμπάνια) θα ήθελε, να δουν τα μηνύματα αυτά τουλάχιστον 15000000 γυναίκες και τουλάχιστον 9000000 άντρες. Επιθυμητό είναι επίσης, οι προβολές τουλάχιστον 20 διαφημίσεων να γίνουν στη βραδινή ζώνη. Το ερώτημα είναι πόσα μηνύματα θα πρέπει να μπουν σε κάθε ζώνη ώστε να ελαχιστοποιείται το συνολικό κόστος.

3 Μια μικρή επιχείρηση δερμάτινων ενδυμάτων έχει αναλάβει για τον επόμενο μήνα να προμηθεύσει ένα κατάστημα με γυναικεία παλτά και αντρικά σακάκια συγκεκριμένου τύπου. Η επιχείρηση απασχολεί το προσωπικό της συνολικά 960 ώρες το μήνα ενώ για την όλη διαδικασία χρησιμοποιεί κυρίως δύο τύπους υλικών: κατεργασμένα δέρματα και φόδρες (όλα τα άλλα υλικά -κουμπιά, κλωστές, κτλ.- θεωρούνται αμελητέα). Για τον μήνα που έρχεται, η επιχείρηση έχει στη διάθεσή της 297 μέτρα φόδρας και 600 μέτρα δέρματος. Κάθε γυναικείο παλτό χρειάζεται για να κατασκευαστεί 5 μέτρα δέρμα, 3 μέτρα φόδρα και 6 ώρες εργασίας, ενώ για το αντρικό απαιτούνται 4 μέτρα δέρμα, 1 μέτρο φόδρα και 8 ώρες εργασίας. Αν το καθαρό κέρδος της επιχείρησης από κάθε παλτό είναι 25 χ.μ. ενώ από κάθε σακάκι 20 χ.μ. υποδείξτε ένα μαθηματικό μοντέλο για τον εντοπισμό του σχεδίου παραγωγής που θα το μεγιστοποιήσει.

4 Μια εταιρεία χημικών προϊόντων παρασκευάζει μεταξύ των άλλων και δύο διαλύματα ΔΛ1, ΔΛ2. Η γραμμή παραγωγής διαχωρίζεται χοντρικά σε δύο στάδια, αυτό της μίξης κι εκείνο του καθαρισμού. Μια σχετική μελέτη έδειξε ότι για την παραγωγή 1000 lt ΔΛ1 χρειάζονται δύο ώρες στο τμήμα της μίξης και μία ώρα στο τμήμα καθαρισμού, ενώ για την παραγωγή 1000 lt ΔΛ2 απαιτούνται μία ώρα στο τμήμα μίξης και δύο ώρες στο τμήμα καθαρισμού. Το οικονομικό τμήμα της εταιρείας, ξέροντας ότι το εργατικό δυναμικό επαρκεί για 230 ώρες στο τμήμα μίξης και 250 ώρες στο τμήμα καθαρισμού, υπολογίζει σ' ένα κέρδος 300 χ.μ. ανά lt ΔΛ1 και 500 χ.μ ανά lt ΔΛ2. Αν η αγορά σε εβδομαδιαία βάση μπορεί να απορροφήσει άπειρες ποσότητες lt ΔΛ1 αλλά το πολύ 120 χιλιάδες lt ΔΛ2 προσδιορίστε τις ποσότητες που πρέπει να παραχθούν από κάθε διάλυμα έτσι ώστε να μεγιστοποιούνται τα συνολικά κέρδη της εταιρείας. Τι αλλάζει αν οι διαθέσιμες ώρες εργασίας στην εταιρεία επιτρέπουν τη (συνολική) παραγωγή το πολύ 300 χιλιάδων lt.

5 Μια βιομηχανία αυτοκινήτων κατασκευάζει φορτηγά και επιβατικά αυτοκίνητα. Η γραμμή παραγωγής διαχωρίζεται χοντρικά σε δύο στάδια, αυτό της συναρμολόγησης και εκείνο της βαφής. Μια σχετική μελέτη έδειξε ότι αν το τμήμα συναρμολόγησης κατασκεύαζε αποκλειστικά φορτηγά θα παράγονταν ημερήσια 50 αυτοκίνητα, ενώ αν στους φούρνους βαφής έβαφαν αποκλειστικά φορτηγά θα βάφονταν ημερήσια 40 αυτοκίνητα. Οι αριθμοί για τα επιβατικά αυτοκίνητα είναι αντίστοιχα 50 (κατασκευή) και 60 (βαφή). Αν το κέρδος από κάθε φορτηγό ανέρχεται στο ποσό των 3 χ.μ και από κάθε επιβατικό σε 2 χ.μ. και υποθέτοντας ότι οι αντιπρόσωποι της αυτοκινητοβιομηχανίας απαιτούν την ημερήσια παράδοση τουλάχιστον 30 φορτηγών και 20 επιβατικών αυτοκινήτων, προσδιορίστε την ημερήσια παραγωγή η οποία μεγιστοποιεί το κέρδος της αυτοκινητοβιομηχανίας.